SocioBrains
SocioBrains
ISSN 2367-5721 (online), JOURNAL HOMEPAGE: WWW.SOCIOBRAINS.COM
Publisher: SMART IDEAS – WISE DECISIONS, Ltd., Sofia, Bulgaria

ISSUE 88, DECEMBER 2021

CREATIVE WORK ON MODEL BUILDING IN THE EDUCATION OF MATHEMATICS

Abstract: In the present article we clarify the application of modelling as an efficient method in the creative work on building models in the education of mathematics. Models for visualizing the conditions of word problems with the help of line segments, graphs and tree graphs are presented.

Author information:

Kalina Aleksieva
Assoc. prof., PhD
at Konstantin Preslavsky – University of Shumen
Faculty of Education
Department of Preschool and Primary School Education
k.aleksieva@shu.bg
Bulgaria

Keywords:
modeling, mathematical models, graphs, graph-tree, mathematics teaching in primary classes

В края на обучението в 1. – 4. клас в област на компетентност *Моделиране* се очаква формиране на компетентности (знания, умения, отношения) за: *графично представяне на текстова задача в права форма; графично представяне и със съкратен запис на текстова задача в косвена форма; описване ситуации от заобикалящия ни реален свят с математически модел (задачи от покупко-продажби, лице и обиколка на фигура) и т.н.*

Реализирането на учебното съдържание, заложено в програмите по математика за 1. – 4. клас в област на компетентност *Моделиране* и респективно постигането на очакваните резултати предполага използване на нови подходи, методи, дидактически средства на работа, както и разнообразие от дейности за усвояване от децата на логико-математическите представи и отношения, операции и закономерности. В качеството на такъв изследователски подход в обучението по математика се прилага моделирането.

Значимо изследване върху моделирането в процеса на решаване на учебни текстови задачи е проведено от М.Б.Гамезо и В. С. Герасимова, които споделяйки възгледите на Давидов и Фридман изясняват проблема за условията за продуктивно формиране на дейността моделиране в процеса на решаване на текстови задачи [2]. Според горепосочените автори да се реши една задача означава да се построи верига от модели, чрез които да се достигне до модел, адекватен на задачата, т.е. при всеки способ на решаване на задачи се реализира определена система от изходни, междинни и крайни модели. За текстовите задачи те са четири:

- *текстът на задачата, който е модел на реалната действителност;*
- *съкратен запис – модел на текста на задачата;*
- *графична схема;*
- *знаково-символен запис, определящ последователността от операции. Той може да бъде цифров, ако задачата се решава по аритметичен начин и буквен, ако е по алгебричен.*

Важна задача за обучението по математика в началните класове е да се формират у учениците умения и похвати за математическо моделиране на конкретни и достъпни жизнени ситуации, което се осъществява чрез решаването на текстови задачи. Самото решение на дадена задача е *знаков модел* на вътрешната, математическата ѝ структура. На основата на запознаването със задачата, *„приспособяването ѝ"* към този, който я решава (променят се някои формулировки, заменят се отделни думи с други, тълкуват се значими думи и словосъчетания, онагледяват се с помощта на схеми и чертежи определени зависимости и пр.), се построява някакъв субективен *модел* на задачата. Проучването на *модела* дава възможност на ученика да разкрие съществените връзки и отношения между величините в самата задача и да я реши [3]. За целта ученикът трябва да знае:

- *система от общи и специални начини и средства за решаване на задачи – евристични схеми на търсене на решението;*
- *система от теоретични и практически знания – алгоритми на пресмятане, използване на изучени правила и свойства и др.;*
- *система от логически правила за извод и преобразувания – умения за анализ, синтез, абстрахиране и обобщение и др.*

При решаването на задачи ученикът може да избира вида на модела, а необходимо условие за да се осъществи това е да знае да го построява. Ето защо едновременно с усвояване на начини за решаване на задачи, учениците трябва да се учат и на начини за моделиране. Целта на обучението в решаване на текстови задачи е да се стигне до равнище, при което се прави директен преход от текстовата задача към математическата задача, а за постигането на тази цел важна роля играят спомагателните модели (съкратен запис на условието на задачата и графично-схематично представяне на съкратения запис), построяването и използването на които са едни от основните етапи в съдържанието на дейността решаване на текстови задачи. Онагледяване условията на текстовите задачи с помощта на схематични математически модели довежда ученика до определен замисъл за решаването им. Този замисъл е начин за първоначално обобщение на основните зависимости в задачата, определя насоката на мисленето при дадена задача и въз основа на него се развива по-нататъшен анализ, синтез, абстрахиране на същественото и пълно обобщение, в резултат на което се открива и осъществява пътят на цялостното решение [4].

Структурата на голяма част от задачите в началната математика може да се моделира и визуализира по различни начини – *таблично, с диаграми „Ойлер-Вен", диаграма „дърво", диаграма „квадратчета и стрелки", чертеж, графи, „вълшебни отсечки"* и други графично-символни средства.

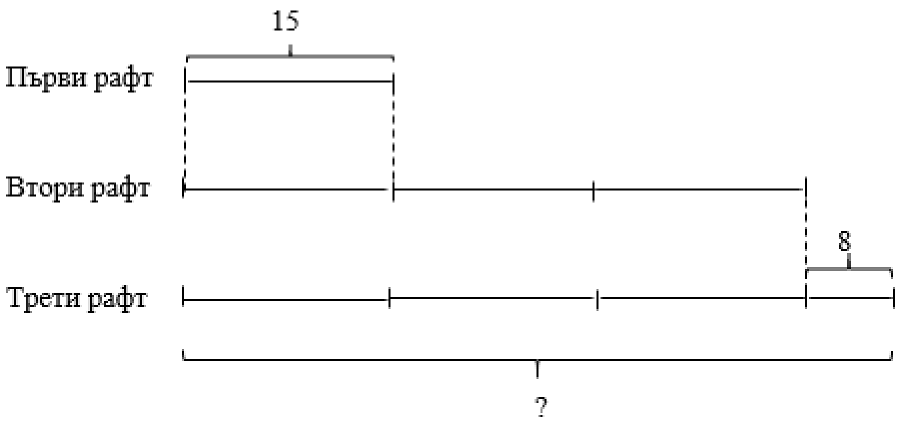
Използването на графически език в уроците по математика в началните класове е за предпочитане, тъй като с негова помощ може ясно да се подчертават изучаваните отношения и зависимости. При използване на предметния език тези отношения не се открояват в такава степен, защото остават в сянката на многобройните свойства на предметите. Представянето на един и същ абстрактен математически материал на графически и символен език помага на ученика по-добре да го разбере, подтиква към възприемане и усвояване на този материал, към рационалност и осъзнатост на мисленето.

Графът е абстрактна структура, която представя връзките между отделните елементи на дадено множество. Всеки член на това множество се нарича *връх*, а връзката между два върха се нарича *ребро*. Понятието *"граф"* се свързва с понятието множество, което децата добре възприемат. То е и в основата на релациите и операциите с естествени числа. Целта е в достъпна форма, стъпка по стъпка, децата да се ориентират в различни ситуации чрез знаци и символи. В този смисъл графите се явяват важно средство за обяснение на редица свойства на математическите обекти. Приложението на диаграмите и графите в определена система в учебно-възпитателния процес има абстрактно-логически характер, с който се осигурява постепенност и плавност в развитието на мисловните процеси и перспективност. В горните класове те се прилагат при овладяване знанията от теорията на множествата, при усвояването на понятието функция, при знанията от теорията на вероятностите и други.

Конструирането на дидактически модели по своята същност представлява преформулиране на задачата – текстът се преобразува от словесна форма в знакова; обектите, за които се говори в задачата се заменят с друг тип обекти (квадратчета, стрелки, таблици, кръгове). А процесът на съставяне (конструиране) на дидактическия модел на дадена конкретна задача съдържа в себе си общологическите мисловни дейности (анализ, синтез, сравнение, абстрахиране, обобщение, конкретизация, установяване и използване на аналогия), специфичните мисловни дейности за решаване на задача (подвеждане под понятие, преосмисляне на елементите на задачата, „преобразуване“ на условие и съставяне на задачи-компоненти, разкриване на съществени връзки между обектите, за които се говори в задачата) и логико-математически мисловни дейности, с помощта на които логически се преобразува математическата информация [1].

В настоящата разработка ще разгледаме примерни варианти на творческа работа по построяване на модели с помощта на графи, „вълшебни отсечки“ и диаграми.

Задача 1. *В библиотека на първия рафт има 15 книги, на втория три пъти повече, а на третия с 8 книги повече от книгите на втория рафт. Колко са книгите третия рафт?*

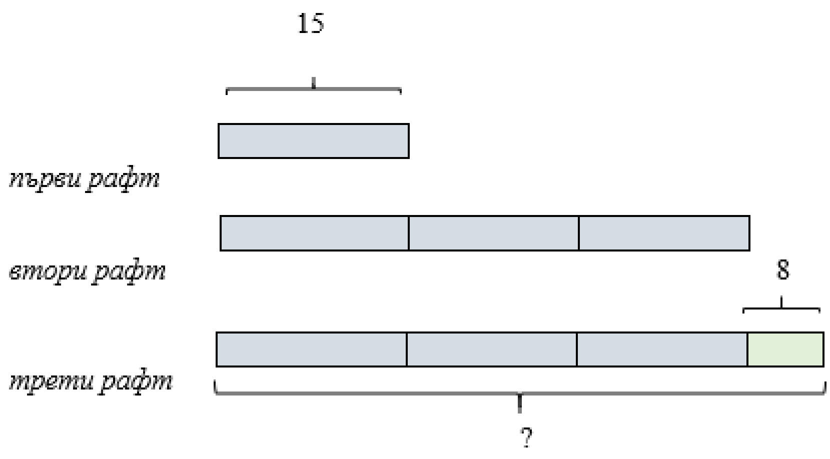


Фиг. 1

За построяване на схематичния модел използваме отсечки (фиг. 1). Книгите на първия рафт са изобразени с отсечка, която отговаря на 15 книги. Книгите на втория рафт са изобразени с отсечка, три пъти по-дълга от първата отсечка. Отсечката, която изобразява броя на книгите на третия рафт е с 8 книги по-дълга от втората. Така, с помощта на отсечки построихме модел който нагледно представя условието на задачата.

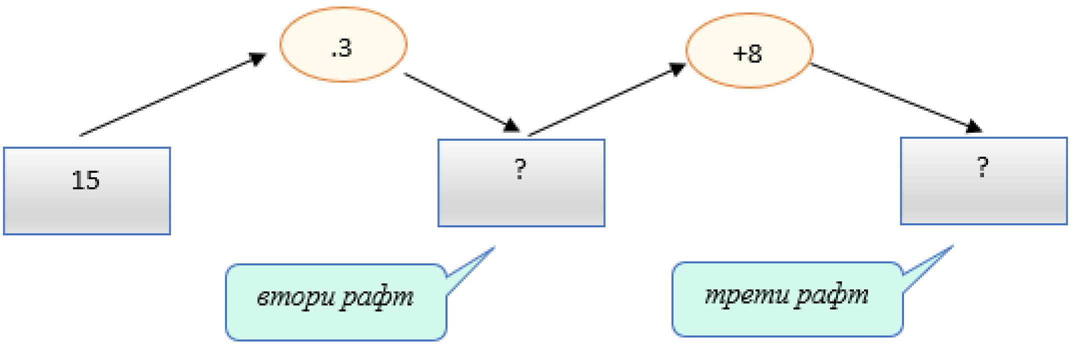
При построяване на модела е важно правилното отразяване на количествените отношения между дадените и търсените величини. Трябва да се обърне внимание на учениците, че за по-голямото количество се построява по-голяма отсечка. След достатъчно натрупан опит, отсечките не се разграфяват, достатъчно е да се спазва съразмерност между техните дължини, която да е близка до количествените характеристики, дадени в условието на задачата.

Добре е освен модели, построени с помощта на отсечки да се използват и други видове модели в творческата работа с учениците. Друг начин за построяване на графичен модел е с помощта на правоъгълници (фиг. 2).



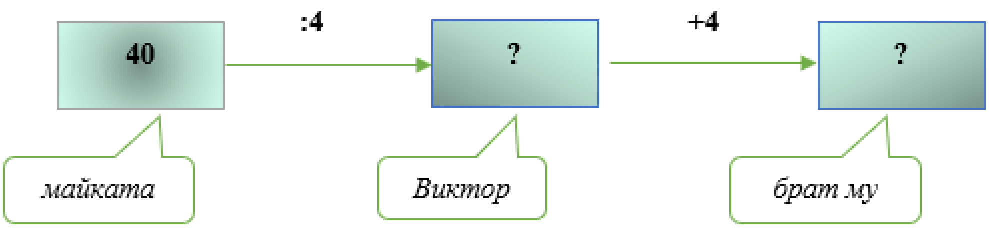
Фиг. 2

Трети вид модел за нашата задача може да построим с помощта на графи (фиг. 3).



Фиг. 3

Задача 2. *Майката на Виктор е на 40 години. Виктор е 4 пъти по-млад от майка си, а брат му е с 4 години по-голям от него. На колко години е Виктор? На колко години е брат му?*



Фиг. 4

На *фиг. 4* илюстрираме модел, построен с помощта на графи, който нагледно изобразява условието на задача 2.

Със следващите задачи и техните решения предлагаме структурни модели на комбинаторни задачи, подходящи за ученици от началните класове.

Задача 3. *Разполагаме с три картончета с цифрите 1, 6 и 8. С помощта на граф-дърво намерете всички трицифрени числа, които могат да се образуват с помощта на тези три картончета.*

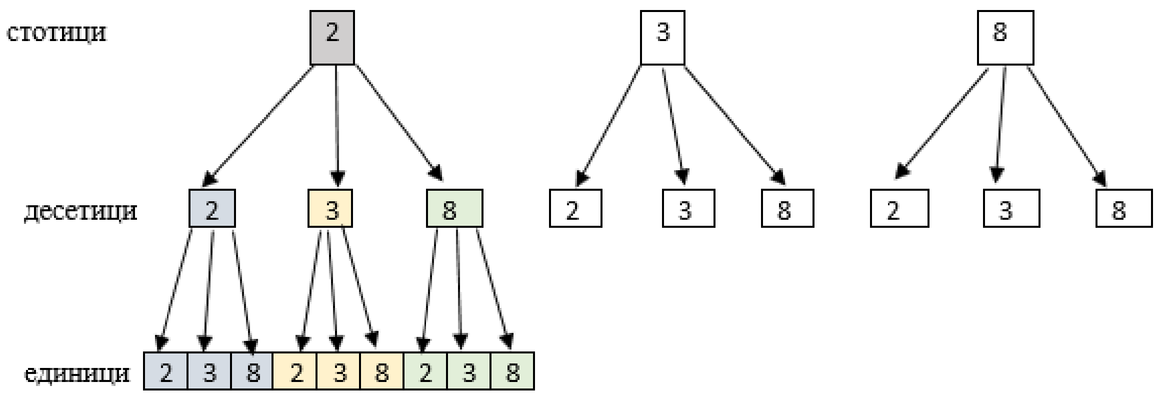
Фиг. 5

Решение: За цифрата на стотиците можем да избираме от трите картончета – 1, 6 или 8. Ако изберем 1, за десетиците ни остават две възможности – 6 и 8. Ако изберем 6, за цифрата на единиците имаме само една възможност – 8. Така получаваме числото 168. Съответно, когато изберем 8 за цифра на десетиците имаме само една възможност за цифра на единиците – 6. Получаваме числото 186. По същия начин образуваме и останалите числа, като започваме с цифрата на стотиците – 6 или 8. Възможният брой на различните трицифрени числа, които ще се образуват е 6. Три числа по две възможности (3.2 = 6) са шест възможности за комбиниране на картончетата. Решението на задачата е илюстрирано на фиг. 6.

Задача 4. *Запишете всички трицифрени числа само с цифрите 2, 3 и 8*

Решение: Задачата може да се реши с конструирането на диаграма *„граф-дърво"*. Построяваме само част от диаграмата.

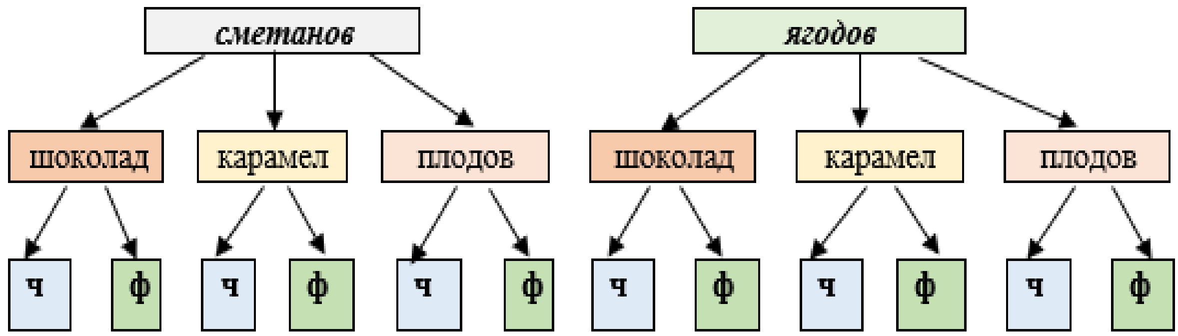
От диаграмата на фиг. 4 се вижда, че структурата на решението на задачата е на три „равнища" (нива). Разликата с предходната задача е тази, че тук в условието няма ограничение за повторение на цифрите на числата. **Отговорът** е 3.3.3 = 27.



Фиг. 6

Задача 5. *На сладоледена борса има два вида сладолед – сметанов и ягодов. Предлагат го в чашка и фунийка и с три вида сиропени заливки – шоколад, карамел и плодов сироп. Колко възможности за избор на сладолед има на тази борса, ако не се смесват сладоледите?*

Решение: Решението на задачата е илюстрирано на дървовидната диаграма на *фиг. 7*. Възможни са 12 вида сладолед: *сметанов–шоколад–чашка; сметанов–шоколад–фунийка; сметанов–карамел–чашка; сметанов–карамел–фунийка; сметанов–плодов–чашка; сметанов–плодов–фунийка; ягодов–шоколад–чашка; ягодов–шоколад–фунийка; ягодов–карамел–чашка; ягодов–карамел–фунийка; ягодов–плодов–чашка; ягодов–плодов–фунийка*.



Фиг. 7

Отговорът на задачата се вижда от диаграмата: два вида сладолед, по три вида заливки, по две възможности – за чашка и фунийка: получаваме 2.3.2 = 12

Задача 6. *Ани, Боряна, Веско, Галя и Данчо се наредили на опашка за закуски. Ани е след Веско, а Боряна е пред Ани и непосредствено след Галя. При това Веско е след Галя, но Галя не е първа. Кой по ред е Данчо?*

Решение: Ани е след Веско. Боряна е след Галя. Веско е след Галя, но тъй като веднага след Галя е Боряна – Веско се нарежда на опашката след Боряна и е следван от Ани. Към този момент подредбата на децата (фиг. 8) е:

Фиг. 8

Според условието, Галя не е първа, а до момента тя е най-отпред в нашата опашка. Това автоматично нарежда Данчо на първо място (фиг. 8.1), което е и решението на задачата – Данчо е първи по ред на опашката за закуски.

Фиг.8.1

От предложените задачи е видно, че използването на *диаграмите и графите* в творческата работа за построяване на *модели* внася динамика и икономичност, стимулира интереса и творческото мислене на учениците.

В ежедневната практика на човек се налага непрекъснато да анализира и сравнява информация за обекти и явления, да прогнозира резултати при реализиране на едни или други дейности, да решава казуси, да излиза от проблемни ситуации. За да отговори на поставените въпроси той трябва да формулира и реши задачи, които обикновено са заплетени и сложни по съдържание, форми и методи за решение. Често за решаването на някои задачи няма готов алгоритъм. В такива случаи успехът на човек зависи от подготовката му за извършване на дейност с творчески характер, от евристичните му умения, от уменията му да мисли, да прогнозира и работи самостоятелно, рационално и нешаблонно. От голямо значение са и уменията му за актуализиране и приложение на натрупаните знания и опит, за самостоятелен подбор на рационални начини за решение, за критично осмисляне на получените резултати.

References:

1. Varbanova, M. Strukturno-funktsionalno modelirane v nachalnata uchilishtna matematika. Plovdiv, Astarta, ISBN 978-954-350-175-5, 2013
2. Gamezo, M., V. Gerasimova. Znakovoe modelirovanie v protsesse resheniya uchebnыh tekstovыh zadach. V kn.: Psihologicheskie problemы prerabotki znakovoy informatsii, M., 1977
3. Radev, R. Graficheska naglednost pri obuchenieto po matematika v I-III klas. Narodna Prosveta, S., 1982
4. Frenkev, D., V. Milushev. Shematichni modeli na OTZ, razkrivashti smisala na aritmetichnite deystviya. NU, br. 6, 2003
5. Fridman, L. M. Psihologo-pedagogicheskie osnovы obucheniya matematike v shkole, M., 1983
6. Fridman, L. M. Naglyadnosty i modelirovanie v obuchenii. M., Znanie, Pedagogika i psihologiya, № 6, 1984